Lösung und Gewinner
wurden in Stahlbau85/3 publiziert:
http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/stab.201690029/pdf

gegeben: https://www.ernst-und-sohn.de/sites/default/files/stahlbau_weihnachtspreisaufgabe_2015.pdf

**Symmetrie**: Aufgrund der Anschauung ist es ziemlich offensichtlich, dass es symmetrisch ist. Um dies zu zeigen, stellt man sich vor man Teil die „Halfpipe" bei einemhorizontalabstand von A/2 zu beiden Endpunkten dort hat man eine gewisse Höhe h. Aufgrund der Energieerhaltung ist die Geschwindigkeit ausschließlich von der potentiellen Höhe abhängig und somit kann man die rechte unabhängig von der linken lösen (unter Berücksichtigung, dass dort im Allgemeinen kein (weiterer) Knick sein darf). Da es im Zuge der Aufgabenstellung für die Zeitdauer egal ist ob man die Halfpipe nach unten oder nach oben fährt, nur die Reihenfolge umgekehrt ist. Somit ist für das Zeitliche Integral egal ob von einem Endpunkt zum Mittelpunkt, oder vom Mittelpunkt zum Endpunkt fährt, sofern man dieselbe Stecke wählt. Da man die Zeit von P1 zum Mittelpunkt, sowie die Zeit von P2 zum Mittelpunkt minieren darf um somit die Zeit von P1 zu P2 zu minieren, gibt es eine Symmetrische Aufgabenstellung. Dass aus der Symmetrischen Aufgabenstellung eine symmetrische Lösung folgt ist naheliegend, jedoch nicht ganz so einfach zu zeigen. Wäre die Mittellinie schief, würde das zur Folge haben, dass man auf der Tieferen Seite man Zeit verliert aufgrund eines größeren Weges und gleichzeitig man auf der anderen Seite würde man aufgrund der geringeren Tiefe an Geschwindigkeit verlieren und somit die Horizontaldistanz nicht (deutlich) schneller zurücklegen können, damit folgt, dass $H_1=H_2$ (=H in der weiteren Rechnung) (also Horizontale Mittellinie). Mit obiger Erklärung folgt $B_1=B_3$ und somit ist der Mittelpunkt bei $B_2/2$

**Grundlagen**:
Aufgrund von Energieerhaltung folgt die Geschwindigkeit-Formel nach Torricelli:[1]

(1) $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

(2) $s = \int v \cdot dt$

aus (2) folgt für konstante Geschwindigkeit

(3a) $t = \frac{s}{v}$

sowie für Gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit Null:[2]

(4a) $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$

**Geometrie:**
Die Geschwindigkeit an der Mittellinie folgt aus (1):

(5) $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$

Die Beschleunigung a auf der Schräge ist aufgrund von Geometrie:

(6) $a = \frac{g \cdot H}{s_1}$ mit

(7) $s_1{}^2 = B_1{}^2 + H^2$

(8a) $\frac{B_2}{2} = \frac{A}{2} - B_1$

**Berechnung:**
(6) in (4a) eingesetzt ergibt:

(4b) $s_1 = \frac{g \cdot H}{2 \cdot s_1} \cdot T_1{}^2$

---

[1] Beleg: https://de.wikipedia.org/wiki/Ausflussgeschwindigkeit

[2] Beleg: https://de.wikipedia.org/wiki/Gleichmäßig_beschleunigte_Bewegung#Gesetze

(4c) $s_1{}^2 = g \cdot H \cdot T_1{}^2/2$

(4d) $T_1 = \frac{s_1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{g \cdot H}}$

Einsetzen von (5) in (3a) folgt:

(3b) $T_2 = \frac{B_2/2}{\sqrt{2 \cdot g \cdot H}}$

(9a) $T/2 = T_1 + T_2$

(4d) und (3b) in (9a) unter Verwendung von (7) und (8a) eingesetzt ergibt:

(9b) $T/2 = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{B_1{}^2 + H^2}}{\sqrt{g \cdot H}} + \frac{A/2 - B_1}{\sqrt{2 \cdot g \cdot H}}$

(9c) $T/2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = \sqrt{B_1{}^2 + H^2} \cdot 2 + A/2 - B_1$

(9d) $T/2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} - \frac{A}{2} = \sqrt{B_1{}^2 + H^2} \cdot 2 - B_1$

T soll minimiert werden folge-dessen soll für ein konstantes $H_{opt}$

$T_{opt}(B_{1,opt}(H_{opt}), H_{opt})/2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_{opt}} - \frac{A}{2}$ minimal werden. Um $B_{1,opt}(H_{opt})$ als Funktion von $H_{opt}$ zu bekommen leiten wird die Funktion nach $B_1$ ab und setzen diese Ableitung Null:

(10a) $\frac{\delta\left(\sqrt{B_1{}^2 + H^2} \cdot 2 - B_1\right)}{\delta B_1} = 0$

(10b) $\frac{B_1 \cdot 2}{\sqrt{B_1{}^2 + H^2}} - 1 = 0$

Die zweite Ableitung ist größer Null, also handelt es sich um einen Tiefpunkt: $\frac{H^2 \cdot 2}{(B_1{}^2 + H^2)^{\frac{3}{2}}} > 0$

(10c) $B_{1,opt}(H)^2 = \frac{H^2}{3}$

Jetzt setzen wir (10c) in (9c) und erhalten:

(11a) $T/2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H} = 4 \cdot \frac{H}{\sqrt{3}} + A/2 - \frac{H}{\sqrt{3}}$

(11b) $T/2 \cdot \sqrt{2 \cdot g} = \sqrt{3 \cdot H} + \frac{A/2}{\sqrt{H}}$

Um T(H) zu minimieren muss $T(H)/2 \cdot \sqrt{2 \cdot g}$ minimal werden und somit auch $\sqrt{3 \cdot H} + \frac{A/2}{\sqrt{H}}$

(12a) $\frac{\delta\left(\sqrt{3H} + \frac{A/2}{\sqrt{H}}\right)}{\delta H} = 0$

(12b) $\frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{H}} - \frac{A}{4 \cdot H^{\frac{3}{2}}} = 0$

(12c) $H = \frac{A}{2\sqrt{3}}$

Auch hier ist die zweite Ableitung positiv für $H = A\sqrt{3}/6$

**Einsetzen:**

Aus (10c) mit (12c) folgt:

(10d) $B_1 = \frac{A}{6}$

Aus (8a) und (10d) folgt:

(8b) $B_2 = \frac{2}{3}A$

Aus Symmetrie folgt $B_3 = B_1$ und somit:

(10d) $B_3 = \frac{A}{6}$

Aus Symmetrie folgt $H_1 = H_2$ hier H genannt:

(12d)$H_1 = \frac{A}{2\sqrt{3}}$

(12e)$H_2 = \frac{A}{2\sqrt{3}}$

(12c) in (11b) einsetzen ergibt:

(11c)$T/2 = \frac{\sqrt{3 \cdot \frac{A}{2\sqrt{3}}} + \frac{A/2}{\sqrt{\frac{A}{2\sqrt{3}}}}}{\sqrt{2 \cdot g}}$

(11d)$T/2 = \sqrt{A/g}\,\sqrt[4]{3}$

**Zusammenfassung:**

$$B_1 = \frac{A}{6}$$
$$B_2 = \frac{2}{3}A$$
$$B_3 = \frac{A}{6}$$
$$H_1 = \frac{A}{2\sqrt{3}}$$
$$H_2 = \frac{A}{2\sqrt{3}}$$
$$T = 2 \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{A/g}$$