

gegeben: https://www.ernst-und-sohn.de/sites/default/files/stahlbau_weihnachtspreisaufgabe_2015.pdf

Lösung und Gewinner wurden in Stahlbau85/3 publiziert: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/stab.201690029/pdf>

$$\Delta H = H_2 - H_1$$

$$S_1 = \sqrt{B_1^2 + H_1^2}$$

$$S_2 = \sqrt{B_2^2 + \Delta H^2} = \sqrt{\left(\frac{A}{2} - B_1\right)^2 + \Delta H^2}$$

$$a_1 = \frac{g \cdot H_1}{S_1}$$

$$a_2 = \frac{g \cdot \Delta H}{S_2}$$

$$v_{1e} = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_1}$$

$$T_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot s_1}{a_1}} = s_1 \cdot \sqrt{\frac{2}{g \cdot H_1}}$$

$$S_2 = \frac{g \cdot \Delta H_2}{2 \cdot S_2} \cdot T_2^2 + \frac{g \cdot H_1 \cdot T_1}{2 \cdot S_1} \cdot T_2$$

$$S_2 = a_2 \cdot \frac{T_2^2}{2} + v_{1e} \cdot T_2$$

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{-v_{1e} + \sqrt{v_{1e}^2 + 2 a_2 S_2}}{a_2} = \\ &= \frac{S_2}{g \cdot \Delta H} \cdot \left(-\sqrt{2 \cdot g \cdot H_1} + \sqrt{2 \cdot g \cdot H_1 + 2 \cdot g \cdot \Delta H} \right) = \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot S_2 \cdot H_1}{g \cdot \Delta H^2} + \frac{2 \cdot S_2^2}{g \cdot \Delta H}} - \sqrt{\frac{2 S_2^2 \cdot H_1}{g \cdot \Delta H^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot H_1}{g}} \cdot \frac{S_2}{\Delta H} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{\Delta H}{H_1}} - 1 \right) = \\ &= \frac{S_2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{g} \cdot \Delta H} \cdot \left(\sqrt{H_2} - \sqrt{H_1} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{T^*}{2} &= T_1 + T_2 = \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot S_1}{a_1}} + \frac{S_2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{g} \cdot \Delta H} \cdot \left(\sqrt{H_2} - \sqrt{H_1} \right) = \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot (B_1^2 + H_1^2)}{g \cdot H_1}} + \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{A}{2} - B_1\right)^2 + \Delta H^2}}{\Delta H \cdot \sqrt{g}} \cdot \left(\sqrt{H_1 + \Delta H} - \sqrt{H_1} \right) \end{aligned}$$

Einführen dimensionsloser Zahlen, zur Vereinfachung der Gleichung:

$$t = \frac{T^*}{2} \cdot \sqrt{\frac{g}{2A_2}}; b_1 = \frac{B_1}{A_2}; h_1 = \frac{H_1}{A_2}; \Delta h = \frac{\Delta H}{A_2} \text{ mit } A_2 = \frac{A}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{(b_1^2 + h_1^2)}{h_1}} + \frac{\sqrt{(1 - b_1)^2 + \Delta h^2}}{\Delta h} \cdot \left(\sqrt{h_1 + \Delta h} - \sqrt{h_1} \right)$$

$$\frac{dt}{db_1} = \frac{b_1}{\sqrt{h_1} \cdot \sqrt{b_1^2 + h_1^2}} + \frac{(b_1 - 1) \cdot (\sqrt{\Delta h + h_1} - \sqrt{h_1})}{\Delta h \cdot \sqrt{(b_1 - 1)^2 + \Delta h^2}}$$

$$\frac{dt}{dh_1} = \frac{-(b_1^2 - h_1^2)}{2 \cdot \sqrt{b_1^2 + h_1^2} \cdot \sqrt{h_1^3}} - \frac{\sqrt{b_1^2 - 2 \cdot b_1 + \Delta h^2 + 1} \cdot (\sqrt{\Delta h + h_1} - \sqrt{h_1})}{2 \cdot \Delta h \cdot \sqrt{\Delta h + h_1} \cdot \sqrt{h_1}}$$

$$\frac{dt}{d\Delta h} = \frac{b_1^2 - 2 \cdot b_1 + 3 \cdot \Delta h^2 + 2 \cdot \Delta h \cdot h_1 + 1}{2 \cdot \sqrt{(b_1^2 - 2 \cdot b_1 + \Delta h^2 + 1)} \cdot (\Delta h + h_1) \cdot \Delta h} - \frac{\sqrt{b_1^2 - 2 \cdot b_1 + \Delta h^2 + 1} \cdot (\sqrt{\Delta h + h_1} - \sqrt{h_1})}{\Delta h^2} - \frac{\sqrt{h_1}}{\sqrt{b_1^2 - 2 \cdot b_1 + \Delta h^2 + 1}}$$

lösen, der Gleichungen: $\frac{dt}{db_1} = 0$; $\frac{dt}{dh_1} = 0$; $\frac{dt}{d\Delta h} = 0$, mithilfe eines Taschenrechners

$$b_1 \approx 0.1464466; \quad h_1 \approx 0.3535534; \quad \Delta h \approx 0.3535534$$

$$B_1 \approx 0.0732233 \cdot A; \quad H_1 \approx 0.1767767 \cdot A; \quad \Delta H \approx 0.1767767 \cdot A$$

$$t \approx 1.287188505811$$

$$T^* = 2 \cdot t \cdot \sqrt{\frac{A}{g}} \approx 2.574377011622 \cdot \sqrt{\frac{A}{g}}$$

Zusammenfassung:

$$B_1 \approx 0.0732233 \cdot A$$

$$B_2 \approx 0.4267767 \cdot A$$

$$B_3 \approx 0.4267767 \cdot A$$

$$B_4 \approx 0.0732233 \cdot A$$

$$H_1 \approx 0.1767767 \cdot A$$

$$H_2 \approx 0.3535534 \cdot A$$

$$H_3 \approx 0.1767767 \cdot A$$

$$T^* \approx 2.574377011622 \cdot \sqrt{\frac{A}{g}}$$